12 (повышенный уровень, время – 6 мин)

Тема: Выполнение алгоритмов для исполнителя.

Пример задания:

Р-15. *На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записана последовательность из 1000 символов, включающая только нули и единицы. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке справа от последовательности. Программа для исполнителя:*

	Л	0	1
q_0	Л, L, q_1		
q_1	Л, S, q1	1, L, q_1	0, S, q_1

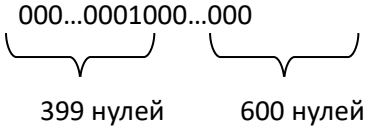
Команды движения каретки: L – влево, R – вправо, S – стоп. После выполнения программы на ленте осталось ровно 400 нулей. Определите максимально возможное число нулей в исходной последовательности.

Решение:

1) Поскольку головка расположена в ближайшей ячейке справа от последовательности, первое
действие МТ – шаг влево и переход в состояние q_1. Это определяется командой
(Л, q_0) => (Л, L, q_1)
2) Если в состоянии q_1 машина встретила 0, она меняет его на 1 и сдвигает головку к следующей ячейке слева:
(0, q_1) => (1, L, q_1)
3) В состоянии q_1 машина останавливается в двух случаях:
а) если последовательность закончена:
(Л, q_1) => (Л, S, q_1)
б) если встретилась единица, тогда она заменяется на 0:
(1, q_1) => (0, S, q_1)
4) Предположим, что машина остановилась по команде
(Л, q_1) => (Л, S, q_1)
Это значит, что в строке было 1000 нулей и ни одной единицы. При этом все нули будут заменены на 1, так что в итоговая строка состоит из 1000 единиц, что не соответствует условию.
5) Тогда получается, что МТ остановилась, встретив единицу, т. е., по крайней мере, одна единица в строке была. При этом все нули, которые стояли справа от этой единицы, были заменены на 1, а нули слева от самой правой единицы сохранились, и их ровно 399 штук (ещё один ноль получается в результате замены первой справа 1 на 0).
6) На рисунках приведена последовательность до обработки:



7) Наибольшее количество нулей получится тогда, когда слева от самой правой единицы все ячейки будут заполнены нулями и их будет ровно 399. Таким образом, начальная строка с максимальным количеством нулей (999) выглядит так:



8) Ответ: 999.
9) Ответ можно проверить с помощью следующей программы:
STOP = 999
#----------

```
# Машина Тьюринга
# s - исходная строка
# prog - программа в виде словаря
#-----------------------------------------
def MT( s, prog ):
  s = list(' ' + s + ' ')
  pos = len(s) - 1
  state = 0
  while state != STOP:
    cmd = prog[ (s[pos], state) ]
    s[pos] = cmd[0]
    pos += cmd[1]
    state = cmd[2]
  return ''.join(s)
#-----------------------------------------
# Программа для Машины Тьюринга
# Словарь
# (символ, состояние): (новый символ, сдвиг каретки, новое состояние)
#-----------------------------------------
prog = {
  (' ', 0): (' ', -1, 1),
  (' ', 1): (' ', 0, STOP),
  ('0', 1): ('1', -1, 1),
  ('1', 1): ('0', 0, STOP),
}
#-----------------------------------------
# Основная программа
#-----------------------------------------
s = '0'*399 + '1' + '0'*600
sNew = MT( s, prog )
print( f"0: {sNew.count('0')}   1: {sNew.count('1')}")
print( sNew )
```

10) Ещё одну модель машины Тьюринга предложил **Г. Гутман**:

```
prog = [[('_','L',1)],
        [('_','S',1), ('1','L',1), ('0','S',1)] ]
#-----------------------------------------
# Функция  MT( prog, s, pos ) возвращает строку –
# результат работы МТ.
#    prog – программа для Машины Тьюринга
#    s –  исходная строка
#    pos – начальное положение головки:
#      pos = 0 – головка стоит на первом символе строки s
#      pos = -1  – головка стоит на последнем символе строки s
#-----------------------------------------
def MT( prog, s, pos ):
  alf = '_01'
  s = list('_' + s + '_')
  state = 0
  while True:
    out, dir, nextState = prog[state][alf.index(s[pos])]
    s[pos] = out
    if dir == 'R': pos += 1
    if dir == 'L': pos -= 1
    if dir == 'S': return( ''.join(s) )
    state = nextState
#-----------------------------------------
```

```
# Основная программа
#----------------------------------------
s = '0'*399 + '1' + '0'*600
res = MT( prog, s, -1 )
print( res.count('1'), res.count('0') )
```

230. На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записана последовательность из 1000 символов, включающая только нули и единицы. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке справа от последовательности. Программа для исполнителя:

	Л	0	1
q_0	Л, L, q_1		
q_1	Л, S, q_1	1, S, q_1	0, L, q_1

Команды движения каретки: L – влево, R – вправо, S – стоп. После выполнения программы на ленте осталось ровно 758 нулей. Определите минимально возможное число нулей в исходной последовательности.

231. На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записана последовательность из 1000 символов, включающая только нули и единицы. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке слева от последовательности. Программа для исполнителя:

	Л	0	1
q_0	Л, R, q_1		
q_1	Л, S, q_1	1, R, q_1	0, R, q_1

Команды движения каретки: L – влево, R – вправо, S – стоп. После выполнения программы на ленте осталось ровно 515 нулей. Определите максимально возможное число нулей в исходной последовательности.

232. На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записана последовательность из 1000 символов, включающая только нули и единицы. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке слева от последовательности. Программа для исполнителя:

	Л	0	1
q_0	Л, R, q_1		
q_1	Л, S, q_1	1, R, q_1	0, R, q_1

Команды движения каретки: L – влево, R – вправо, S – стоп. После выполнения программы на ленте осталось ровно 319 нулей. Определите максимально возможное число единиц в исходной последовательности.

233. (**Е. Джобс**) На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записана последовательность из 1000 символов, включающая только нули и единицы. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке слева от последовательности. Программа для исполнителя:

	Л	0	1
q_0	Л, R, q_1		
q_1	Л, S, q_1	1, R, q_1	0, R, q_1

Команды движения каретки: L – влево, R – вправо, S – стоп. После выполнения программы получилась строка, сумма значений в которой равна 422. Определите максимально возможное число нулей в исходной последовательности.

234. (**Е. Джобс**) На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записана последовательность из 1000 символов, которая может включать только нули, единицы и двойки. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке слева от последовательности. Программа для исполнителя:

	Л	0	1	2
q_0	Л, R, q_1			
q_1	Л, S, q_1	1, R, q_1	2, R, q_1	0, R, q_1

Команды движения каретки: L – влево, R – вправо, S – стоп. После выполнения программы получилась строка, сумма значений в которой равна 455. Определите максимально возможное число нулей в исходной последовательности.

235. (**Е. Джобс**) На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записана последовательность из 1000 символов, включающая только нули, единицы и двойки. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке слева от последовательности. Программа для исполнителя:

	Л	0	1	2
q_0	Л, R, q_1			
q_1	Л, S, q_1	1, R, q_1	2, R, q_1	0, R, q_1

Команды движения каретки: L – влево, R – вправо, S – стоп. После выполнения программы получилась строка, сумма значений в которой равна 480. Определите максимально возможное число единиц в исходной последовательности.